21. januar 2020.

MATEMATIKA 1

- Drugi kolokvijum -

1. Odrediti nepoznate koeficijente polinoma

$$P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

ako su nam poznate sledeće informacije:

(i) zbir svih njegovih nula je 2;

(ii) proizvod svih njegovih nula je 1;

(iii) ostatak pri deljenju polinoma $P(x)$ sa $x-2$ je 5;

(iv) ostatak pri deljenju polinoma $P(x)$ sa $x+1$ je 8.

2. Reshiti matričnu jednačinu $AX^{-1}B = A - X^{-1}B$, gde je $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

3. U zavisnosti od realnog parametra a, koristeći Kroneker-Kapelijevu teoremu (metod koji koristi rang), diskutovati broj reshenja sistema:

$$\begin{array}{ccccccc} ax & + & y & - & z & = & 1 \\ x & + & ay & - & z & = & 1 \\ x & - & y & - & az & = & 1 \end{array}$$

4. Dati su vektori $\vec{a} = (-2, 1, 1)$, $\vec{b} = (2, 2, -3)$.

a) [2.5p] Odrediti

$$(\vec{m} \times \vec{n}) \cdot ((\vec{m} - 3\vec{i}) \times (\vec{n} + \vec{j} + 2\vec{k}))$$

ako je $\vec{m} = \vec{a} + 2\vec{b}$ i $\vec{n} = 2\vec{a} - \vec{b}$.

b) [2.5p] Odrediti jednačinu ravni koja prolazi kroz tačku $A(-1, 0, 1)$ i čiji je vektor normale ortogonalan na vektore $\vec{a}$ i $\vec{b}$.